

# 基于矩阵优化技术的 RTK 定位耗时改进方法

高科<sup>1</sup>, 李慧<sup>2</sup>, 赖川<sup>1</sup>

(1. 中国西南电子技术研究所, 四川 成都 610036;  
2. 95806 部队, 北京 100076)

**摘要:** 差分卫星导航实时动态(RTK)定位的计算耗时主要取决于定位程序中的卡尔曼滤波实现。卡尔曼滤波实现中有大量的矩阵运算,因此,矩阵的优化技术有可能成为降低 RTK 计算耗时的有效手段。基于 RTK 定位算法中卡尔曼状态转移矩阵的特殊性,对卡尔曼的状态变量预测以及状态变量的协方差矩阵预测进行了改进。运动平台实测结果表明,矩阵优化后的 RTK 定位耗时较优化前减少至 1/7 倍左右。

**关键词:** 差分卫星导航; 实时动态定位; 卡尔曼滤波; 矩阵优化; 定位耗时

**中图分类号:** TN961      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1008-9268(2018)05-0067-04

## 0 引言

差分卫星导航实时动态(RTK)定位以其全天候、高精度的导航定位能力,广泛应用于军民各领域<sup>[1-9]</sup>。特别是在诸如数据链时间同步<sup>[1]</sup>、空中加油<sup>[2]</sup>、编队飞行<sup>[3-5]</sup>等需要高精度位置引导并涉及安全风险的应用场景,满足对定位精度和定位频率提出更高的要求。定位精度的提升依赖于定位模型的准确度和完备性以及可用卫星的数目。定位模型越完备,可用卫星数目越多,定位精度就越高,但是对处理器的计算能力提出了更高的要求。如果不提升处理器的处理能力,将会影响定位输出的频率。

为克服定位精度和定位频率之间的矛盾,本文将矩阵优化技术引入 RTK 定位算法<sup>[10]</sup>,在保证定位精度和保持处理器计算能力的前提下,利用 RTK 定位算法中某些矩阵的特殊性,降低定位算法的计算时间,从而提升定位输出的频率。

## 1 RTK 定位耗时改进算法

本节首先简要介绍 RTK 定位算法,在此基础上引入矩阵优化技术来降低定位算法的耗时。

### 1.1 RTK 定位算法

文献[10]使用扩展 Kalman 滤波器(EKF)来计算移动站的坐标、速度和载波相位的单差整周模糊度信息,再利用 LAMBDA 算法<sup>[11-12]</sup>固定观测历元中的所有模糊度,最终修正载体的坐标信息和速度信息。为了更加准确地估计移动站的运动状态,本文加入移动站的加速度估计信息。加入加速度估计后的 EKF 滤波器原理如下:

令状态向量  $\mathbf{x} = (\mathbf{r}_r^T, \mathbf{v}_r^T, \mathbf{a}_r^T, \mathbf{B}^T)^T$ , 其中  $\mathbf{r}_r$ 、 $\mathbf{v}_r$ 、 $\mathbf{a}_r$  分别为移动站在地心地固坐标系下的坐标向量、速度向量和加速度向量,  $\mathbf{B}$  为双频点载波相位的单差整周模糊度。

定义如下状态转移矩阵  $\mathbf{F}_k^{k+1}$ :

$$\mathbf{F}_k^{k+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \tau \\ & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \tau \\ & & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ & & & \mathbf{I}_{n \times n} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{I}$  为单位矩阵;  $\tau$  为移动站的定位间隔;  $n$  为双频点的卫星个数。

令 Kalman 滤波器的观测向量  $\mathbf{y} = (\boldsymbol{\Phi}^T, \mathbf{P}^T)^T$ ;  $\boldsymbol{\Phi} = (\boldsymbol{\Phi}_{nb}^{12}, \boldsymbol{\Phi}_{nb}^{13}, \dots, \boldsymbol{\Phi}_{nb}^{1m})^T$ ;  $\mathbf{P} = (P_{nb}^{12}; P_{nb}^{13} \dots, P_{nb}^{1m})^T$ . 其

收稿日期: 2018-06-13

通信作者: 高科 E-mail: 30063349@qq.com

中:  $\Phi_{ab}^{jk}$  为双频点载波相位的双差观测量;  $P_{rb}^{jk}$  代表双频点的伪距双差观测量; 上标  $j, k$  为卫星编号; 下标  $r$  为移动站;  $b$  为基准站;  $m$  为移动站和基准站的共视卫星数.

标准的 Kalman 滤波器要求状态空间模型是线性的, 因此需将观测向量  $y$  进行线性化处理. 记  $y = h(x) = (h_\phi^T, h_P^T)^T$ , 那么  $h(x)$  对状态向量  $x$  求偏导可得观测矩阵  $H(x)$ , 即:

$$H_k \triangleq H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_k|_k} = \begin{bmatrix} -DE & 0 & \lambda D \\ -DE & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中:  $\lambda$  为载波波长; 矩阵  $D$  与矩阵  $E$  的定义为:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & -1 \end{pmatrix};$$

$$E = (e_r^1, e_r^2, \dots, e_r^m)^T.$$

式中,  $e_r^j$  为移动站至第  $j$  颗卫星的方向向量.

那么, RTK 定位算法中的线性状态空间模型为:

$$\begin{cases} x^{k+1} = F_k^{k+1} x_k + \sigma_k, \\ y_k = H_k x_k + \omega_k, \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $\sigma_k$  与  $\omega_k$  分别为过程噪声与测量噪声. 基于此模型, 移动站的坐标向量、速度向量和加速度向量以及载波相位单差整周模糊度的浮点解可根据如下的 EKF 递推公式求解, 即:

$$F_k^{k+1} x_k|_k = F \times X = \begin{pmatrix} F_{1 \sim 6, 1 \sim 9} \times X_{1 \sim 9, 1} \\ X_{7 \sim 9+n, 1} \end{pmatrix};$$

$$F_k^{k+1} P_k|_k (F_k^{k+1})^T = F P F^T = \begin{pmatrix} F_{9 \times 9} \times P_{1 \sim 9, 1 \sim 9} \times F_{9 \times 9}^T & F_{1 \sim 6, 1 \sim 9} \times P_{1 \sim 9, 10 \sim 9+n} \\ P_{10 \sim 9+n, 1 \sim 9} \times F_{1 \sim 6, 1 \sim 9}^T & P_{7 \sim 9, 10 \sim 9+n} \\ P_{10 \sim 9+n, 7 \sim 9} & P_{10 \sim 9+n, 10 \sim 9+n} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

式中, 表达方式  $A_{a0 \sim a1, b0 \sim b1}$  为矩阵  $A$  的  $a0 \sim a1$  行,  $b0 \sim b1$  列,  $A \in \{F, X, P\}$ ,  $a_0, a_1, b_0, b_1 \in \{1 \sim (9+n)\}$ .

可见运算矩阵的大部分值保持  $x_k|_k, P_k|_k$  矩阵中的原值, 只有部分结果需要运算.  $F_k^{k+1} x_k|_k$  的运算量由  $(9+n)^2$  个乘加运算减少为 54 个乘法运算,  $F_k^{k+1} P_k|_k (F_k^{k+1})^T$  的运算量由  $2 \times (9+n)^3$  个乘加运算减少为  $2 \times (9^3 + 54 \times n)$  个乘加运算. 特别地, 当定位采用 GPS(32 颗卫星) 和 BD(35 颗卫

$$\begin{cases} \dot{x}_k|_k = \dot{x}_k|_{k-1} + K_k (y_k - H_k \dot{x}_k|_{k-1}), \\ P_k|_k = (I - K_k H_k) P_k|_{k-1}, \\ K_k = P_k|_{k-1} H_k^T (H_k P_k|_{k-1} H_k^T + R_k)^{-1}, \\ \dot{x}_{k+1}|_k = F_k^{k+1} \dot{x}_k|_k, \\ P_{k+1}|_k = F_k^{k+1} P_k|_k (F_k^{k+1})^T + Q_k^{k+1}, \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $Q_k^{k+1}$  和  $R_k$  分别为历元  $t_k$  时的过程噪声协方差矩阵与测量噪声协方差矩阵;  $\dot{x}_k|_{k-1}$  和  $\dot{x}_k|_k$  为该历元的状态预测值和滤波值;  $P_k|_{k-1}$  和  $P_k|_k$  为对应的估计误差协方差矩阵.

## 1.2 矩阵优化技术改进 RTK 定位算法耗时

从 1.1 节的分析可知, 在 RTK 定位算法的 EKF 实现中, 转移矩阵  $F_k^{k+1}$  是一个特殊的矩阵, 矩阵中包含着大量的单位矩阵和  $0$  矩阵, 如果能有效地利用这些信息, 那么 Kalman 迭代中与之相关的递推公式的计算量可以大大降低.

$F_k^{k+1}$  可以更加形象地表述为

$$F_k^{k+1} = \begin{pmatrix} F_{9 \times 9} & 0_{9 \times n} \\ 0_{n \times 9} & I_{n \times n} \end{pmatrix};$$

$$F_{9 \times 9} = \begin{pmatrix} I_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \tau \\ I_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \tau \\ I_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \tau \end{pmatrix}. \quad (5)$$

相关的两个矩阵运算为  $F_k^{k+1} \dot{x}_k|_k$  和  $F_k^{k+1} P_k|_k (F_k^{k+1})^T$ . 为简便起见, 令  $F = F_k^{k+1}$ ,  $X = \dot{x}_k|_k$  以及  $P = P_k|_k$ . 经过公式推导, 可以得到简化后的计算方式如下:

星) 双系统、双频点时,  $n=134$ ,  $F_k^{k+1} \dot{x}_k|_k$  的运算量由 20449 个乘加运算减少为 54 个乘法运算,  $F_k^{k+1} P_k|_k (F_k^{k+1})^T$  的运算量由 5 848 414 个乘加运算减少为 15 930 个乘加运算.

## 2 算法实现验证

将两台 NovAtel 商用 ProPak6 卫导接收机和两台 Microhard N920f 商用小电台分别安放在空旷高处和一辆方舱车中, 展开单动平台跑车验证实

验, 以验证本文所提优化方法的性能。空旷高处的卫导接收机作为基准站, 方舱车作为移动站。移动站在某县道以大约 40 km/h 的速度行驶。基准站的卫导观测量通过电台发送到移动站, 移动站在接收到电台数据后再结合本地卫导观测量进行 RTK 定位解算。

为了对比说明本文所提优化方法的耗时改进, 文献[10]介绍的 RTK 定位算法与本文所提的矩阵优化方法同时运行。为判断两种方法的定位计算耗时, 同步记录了两种定位方法的计算用时, 并利用 Matlab 软件将耗时结果呈现出来。基于上述设置, 单动平台跑车验证实验的运算耗时如图 1 所示。

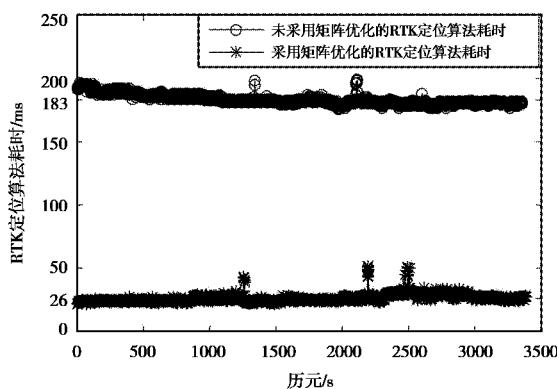


图 1 RTK 定位算法耗时

图 1 中黑色圆圈线表示文献[10]定位算法的运算耗时, 其均值为 183 ms, 黑色星星线表示矩阵优化后的定位算法运算耗时, 其均值为 26 ms。从图中结果可知, 采用矩阵优化技术, 可以使 RTK 的定位算法耗时从 183 ms 降低至 26 ms, 大概降低至 1/7 倍, 大大减少了计算时间, 在保证定位精度和保持处理器计算能力的前提下, 提升定位输出的频率。

### 3 结束语

随着差分卫导系统越来越广泛地运用到各种高精度位置服务的场景, RTK 定位算法的定位精度与定位输出频率也备受关注。为了在处理器处理能力有限的条件下解决定位频率和定位精度之间的矛盾, 本文将矩阵优化技术引入 RTK 定位算法中的 EKF 计算过程, 减少矩阵的计算量, 从而减少

计算耗时。通过跑车实验验证表明, 经矩阵优化后的 RTK 定位算法的计算耗时比优化前降低至 1/7 左右, 在保证定位精度的同时, 给定位输出的频率提供了更多的选择。

### 参考文献

- [1] 花江. 基于差分 GPS 的战术数据链高精度时间同步[J]. 电讯技术, 2016, 56(4):389-393.
- [2] 董新民, 徐跃鉴, 陈博. 自动空中加油技术研究进展与关键问题[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2008, 9(5):1-5.
- [3] 楚瑞. EKF/UKF 在编队飞行卫星 GPS 相对导航中的应用[J]. 空间控制技术与应用, 2008, 34(5):57-60.
- [4] 李展, 李晓明, 杨益欢. 基于 RTK 的系统飞行校验研究[J]. 计算机测量与控制, 2012, 20(5):1318-1320.
- [5] 孙东, 周凤岐, 周军. 基于载波相位差分 GPS 的多航天器编队飞行相对导航[J]. 弹箭与制导学报, 2003 (S3):364-367.
- [6] 吕忠刚. RTK 技术在送变电线路测量中的应用[J]. 测绘与空间地理信息, 2004, 27(5):69-71.
- [7] 蔡荣华, 苏立钱, 杨一挺. 浙江省省级 CORS 系统 RTK 测试与分析[J]. 全球定位系统, 2009, 34(3): 41-45.
- [8] 何存见, 李云涛, 武伟. 遥感影像结合 RTK 绘制中大比例尺地形图的应用研究[J]. 测绘与空间地理信息, 2011, 34(1):132-135.
- [9] 颜琳. 北斗/GPS 双模 CORS 网研制与测试技术研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2013.
- [10] 李明富, 熊杰, 安毅. 厘米级“北斗”相对定位的试验验证[J]. 电讯技术, 2017, 57(7):756-761.
- [11] 丁赫, 孙付平. 部分模糊度固定技术在动态精密单点定位中的应用[J]. 全球定位系统, 2016, 41(2): 32-37.
- [12] 赵兴旺, 张翠英. 精密单点定位部分模糊度固定方法[J]. 中国空间科学技术, 2013, 2(1):37-44.

### 作者简介

高科(1981—), 女, 工程师, 主要从事 GNSS 卫星接收机设计以及差分导航等导航相关算法的研究。

李慧(1982—), 女, 工程师, 主要从事通信及导航相关算法的研究。

赖川(1987—), 男, 工程师, 主要从事 GNSS 卫星接收机差分算法设计与实现。

(下转第 76 页)