

PMF-FFT 方法在 P 码捕获中的改进及参数设计

袁葱林¹, 唐小妹¹, 韩春阳², 孙广富¹

(1. 国防科技大学 导航与时空技术工程研究中心, 湖南 长沙 410003;

2. 北京卫星导航中心, 北京 100084)

摘要: 部分匹配滤波器与 FFT 相结合的捕获模型使用在高动态环境下导航信号的捕获中, 由于它对多普勒频率误差有较高的容忍度, 因此可以直接进行频域的并行搜索, 大大降低了平均搜索时间, 并使整个系统依然具有较高的检测概率。文中通过建立数学模型, 对 PMF-FFT 捕获算法的原理及特性及其在捕获流程中的各部分损耗进行了详细的分析, 并针对 P 码的非周期特性, 使用重叠保留法对 PMF-FFT 算法进行了改进, 使用基于 FFT 的并行码相位搜索的方法, 在频域内实现了时域相关运算, 进一步减少了捕获时间。最后依据“达到等效判决信噪比时总运算时间最少”原则, 对算法中各项参数的设计提出了指导意见, 具有一定的参考价值。

关键词: 导航信号捕获; PMF-FFT; 捕获性能; 参数优化

中图分类号: TN967.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1008-9268(2018)04-0029-07

0 引言

通常, P 码的捕获是通过 C/A 码来引导捕获的, 但由于 C/A 码周期短, 码速率低, 易被敌方干扰和欺骗, 在 GPS 导航战与电子对抗的环境下, 要求 GNSS 接收机能够对 P 码进行准确迅速的直接捕获, 确保战时卫星导航系统的正常使用。P 码的周期长, 码速率高, 若使用传统的捕获方法, 需要很长的捕获时间, 尤其在高动态、大多普勒频移下, 传统的伪码捕获方法很难实现。因此 P 码捕获的关键在于如何减小捕获时间以及提高多普勒频率误差容忍度^[1]。

本文将部分匹配滤波器与 FFT 结合(以下简称 PMF-FFT)的算法应用到 P 码的捕获中, 利用 PMF-FFT 算法能够有效抵抗多普勒频移引起的相关峰衰减的特性, 扩大了频率搜索范围, 在频域内进行并行搜索, 大大提高了捕获速度, 解决了 P 码捕获的关键问题。同时在此基础上本文使用了重叠保留法对其进行了改进, 利用 FFT 的卷积特性, 在实现接收信号与本地伪码的子相关处理时,

引入并行码相位搜索机制, 进一步缩短了捕获时间。本文给出了 P 码捕获实现的流程和原理, 并用 Matlab 进行仿真, 综合考虑各个参数之间的关系, 提出了相关参数选取的准则, 对各项损耗或增益进行了定量分析, 从而为该算法的实际应用奠定了坚实的理论基础。

1 PMF-FFT 算法基本原理与信号模型

1.1 基于 PMF-FFT 的捕获算法

基于 PMF-FFT 方法的捕获流程为^[2]: 将长为 M 的接收信号去除载波后, 等分成 P 段, 进入 P 个部分匹配滤波器进行相关匹配, 匹配滤波器中装载长为 M 的复制码。每个相关积分单元对连续的 X 个采样点做相关运算, $M = PX$ 。对于每一段内位于同一位置的相关积分值进行 N 点 FFT ($N > P$), 若在整个二维空间中出现的最大值超过门限, 则判定为捕获成功, 否则将信号移位 X 点, 继续进行搜索。捕获原理框图如图 1 所示。

收稿日期: 2018-06-07

资助项目: 国家自然科学基金(批准号: 61601485)

通信作者: 唐小妹 E-mail: 584002904@qq.com

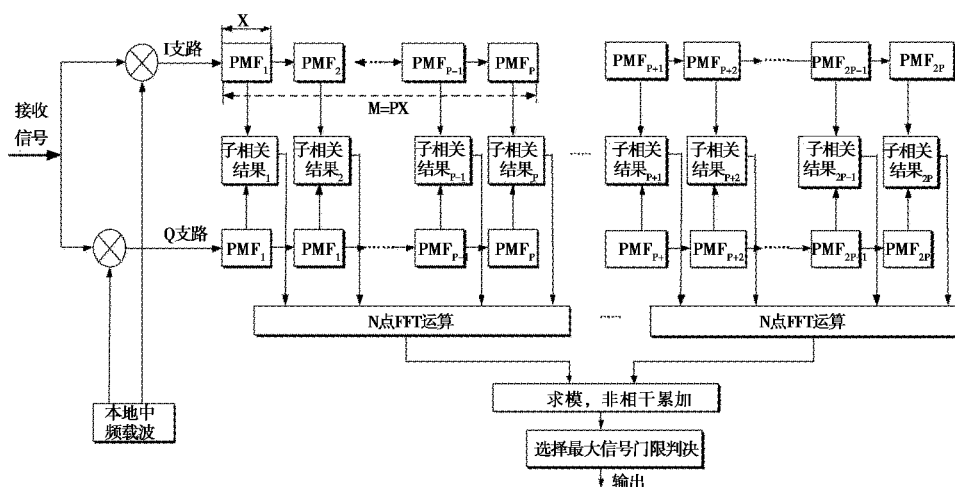


图 1 PMF-FFT 的捕获原理图

考虑到导航电文比特翻转问题,相干积分时间不宜过长,可使用非相干累加方法进一步提高信噪比。

1.2 重叠保留法在 PMF-FFT 算法中的应用

重叠保留法在数字信号处理中,是一种以循环卷积实现线性卷积的快速算法,当两条序列长度相差很大时,通过将长序列分段重叠,与短序列分别作循环卷积,保留有效值,拼接以得到最终的线性卷积结果。

在使用 PMF-FFT 方法进行子相关处理时,使用的是串行搜索码相位的方法,搜索效率较低,若在每个子相关器中使用重叠保留法进行计算,将大大提高接收信号与本地伪码的相关运算速度。具体应用为:将接收信号分段,每段长为 $2X$,重叠部分长为 X ,本地伪码分为 P 段,存储在长度为 $2X$ 的部分匹配滤波器中,其中前 X 点为伪码采样点,后 X 点为零填充部分,将匹配滤波器中的系数取共轭傅里叶变换后,再与接收信号的傅里叶变换直接相乘,经过 IFFT 变换,仅保留前 X 点有效相关值^[3]。在获得 P 段长为 X 的相关值后,对处于同一个码相位的分段相干累加结果进行 N 点 FFT 变换,得到该码相位下对应的多普勒分布,在本次搜索的 X 个采样点中取 FFT 输出幅值的最大值进行门限判别,若大于门限则认为捕获成功,若未超过门限则卫星信号向前移位 X ,再次搜索。搜索判决流程如下:

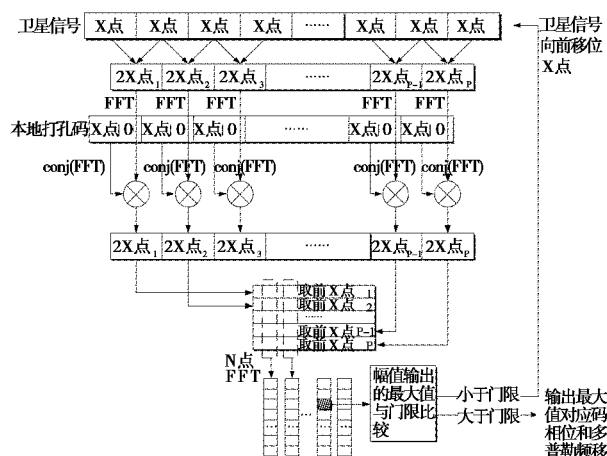


图 2 重叠保留法改进的 PMF-FFT 捕获流程

2 改进后算法性能评估

2.1 信号模型

设接收的信号为

$$r(t) = A_d(t + \tau)C(t + \tau)\cos[2\pi(f_0 + f_d)(t + \tau) + \varphi] + n(t). \quad (1)$$

式中: τ 为相对本地信号的延迟; f_0 为载波频率; f_d 为多普勒频移; $n(t)$ 为高斯白噪声。

经过下变频和采样后,第 n 个部分匹配滤波器输出为

$$y(n) = \frac{AXT_s}{2} \cdot e^{j(2\pi f_d[(n-1)X+1]T_s + \varphi)} \cdot \frac{1}{M} \cdot \frac{\sin(\pi f_d T_s X)}{\sin(\pi f_d T_s)} + n''(t). \quad (2)$$

式中: M 为接收信号长度; P 为部分匹配滤波器数目; X 为部分匹配滤波器长度即单个匹配滤波器进行相关运算的采样点数; T_s 为采样间隔, 与上节中 PMF-FFT 算法中的参数含义一致。

对 P 个匹配滤波器的输出进行 N 点 FFT 运算, 得到 FFT 输出幅度响应为

$$\begin{aligned}\tilde{Y}(k) &= \sum_{n=1}^P y(n) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \\ &= \frac{AXT_s}{2} \cdot \frac{\sin(\pi f_d X T_s)}{\sin(\pi f_d T_s)} \cdot \\ &\quad \frac{\sin(\pi f_d M T_s - \pi P \frac{k}{N})}{M \cdot \sin(\pi f_d X T_s - \pi \frac{k}{N})} e^{j\varphi''}.\end{aligned}\quad (3)$$

将幅值归一化后得到:

$$\begin{aligned}G(f_d, k) &= \frac{1}{M} \cdot \\ &\quad \left| \frac{\sin(\pi f_d X T_s)}{\sin(\pi f_d T_s)} \cdot \frac{\sin(\pi f_d M T_s - \pi P \frac{k}{N})}{\sin(\pi f_d X T_s - \pi \frac{k}{N})} \right|.\end{aligned}\quad (4)$$

可将其分成两部分来看, 即

$$G(f_d, k) = G_1(f_d) G_2(f_d, k), \quad (5)$$

其中:

$$G_1(f_d) = \left| \frac{\sin(\pi f_d X T_s)}{X \sin(\pi f_d T_s)} \right|. \quad (6)$$

为部分匹配滤波器中进行相关累积引起频率响应;

$$G_2(f_d, k) = \left| \frac{\sin(\pi f_d M T_s - \pi P \frac{k}{N})}{P \sin(\pi f_d X T_s - \pi \frac{k}{N})} \right|. \quad (7)$$

为 FFT 运算对输出幅度造成的影响。

2.2 系统整体损耗来源分析

2.2.1 时频相关累积功率损耗

由上节对信号建模归一化 FFT 输出幅值分析可知, 功率损耗来源于两部分, 第一部分为时域相关积分引起的多普勒损耗^[4]:

$$D_{\text{doppler}} = \left| \frac{\sin(\pi f_d X T_s)}{X \sin(\pi f_d T_s)} \right|^2, \quad (8)$$

另一部分来自于 FFT 模块, N 点 FFT 输出的频率分辨率 $\Delta f = \frac{1}{NXT_s}$, 因此最大频率偏差为

$\frac{0.5}{NXT_s}$, 则由此带来的最大扇贝损耗为

$$\begin{aligned}D_{\text{FFT}} &= \left| \frac{\sin(\pi \frac{0.5}{NXT_s} M T_s)}{P \sin(\pi \frac{0.5}{NXT_s} X T_s)} \right|^2 \\ &= \left| \frac{\sin(\frac{0.5\pi}{N} \cdot P)}{P \sin(\frac{0.5\pi}{N})} \right|^2,\end{aligned}\quad (9)$$

则相关积分后信号的等效信噪比为

$$\begin{aligned}SNR_0 &= \left| \frac{\sin(\pi f_d X T_s)}{X \sin(\pi f_d T_s)} \right|^2 \cdot \left| \frac{\sin(\frac{0.5\pi}{N} \cdot P)}{P \sin(\frac{0.5\pi}{N})} \right|^2 \\ &\quad \cdot CNR \cdot X \cdot P \cdot T_s.\end{aligned}\quad (10)$$

2.2.2 包络检波损耗

在实际接收机中, 需要使用平方律检波或包络检波方法合并 I、Q 支路信号以消除电文比特翻转的影响, 而采用这类检波器会引入检波损耗。包络检波损耗的经验公式可表示为^[5]

$$D_d = \frac{SNR_i}{SNR_i + 2.3}, \quad (11)$$

则采用包络检波器后的信噪比为

$$SNR_1 = \frac{SNR_0^2}{SNR_0 + 2.3}. \quad (12)$$

2.2.3 非相干积分功率损耗

为了提高被检信号的信噪比, 接收机通常需要对接收信号进行非相干积分, 虽然非相干积分中的积分运算能增强信噪比, 但积分之前的平方运算会引入平方损耗 L_{sq} , 因此信噪比并不随非相干累积次数增加而线性增加。

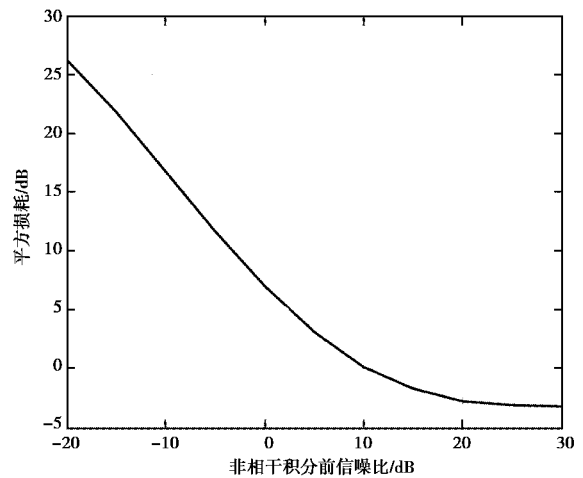


图3 非相干积分的平方损耗

非相干积分增益 G_{nc} 的计算公式为^[6]

$$G_{nc} = 10 \lg N_{nc} - L_{sq}. \quad (13)$$

式中, N_{nc} 为非相干积分次数。

图3示出了不同非相干积分前信噪比条件下的平方损耗经验值^[7], 计算推导过程可参考原书附录, 该图表明, 平方运算对强度越弱的信号会造成越大的平方损耗。

2.3 改进前后搜索 X 个采样点的计算量对比

对于传统的 PMF-FFT 算法, 一个部分匹配滤波器长为 X , 需要使用串行搜索的方式对 X 个采样点进行相关累加, 得到一个采样点的相关值需要进行 X 次乘法与 $X-1$ 次加法, 因此 X 个采样点需要 X^2 次乘法与 $X \cdot (X-1)$ 次加法。

对于改进的 PMF-FFT 方法, 其存在一半无效相关结果, 因而需要将部分匹配滤波器长度拓展到 $2X$, 以得到 X 个采样点的有效值。

对 $2X$ 个采样点进行并行搜索, 需要进行两次 FFT 操作以及一次 IFFT 操作。

一次 $2X$ 点 FFT 需要 $(2X) \lg 2X = 2X(1 + \lg X)$ 次复数加法运算, 以及 $0.5(2X) \lg 2X = X(1 + \lg X)$ 次复数乘法运算。一次复数加法相当于两次加法, 一次复数乘相当于 4 次乘法和 3 次加法, 于是 $2X$ 个采样点并行搜索总运算次数为: $4X(1 + \lg X)$ 次乘法和 $10X(1 + \lg X)$ 次加法^[7]。表1示出了改进前后的 PMF-FFT 方法搜索 X 个采样点的乘法、加法运算量对比。

表1 相关累加运算量比较

相关方式	单个采样点相关结果		X 个采样点相关结果	
	加法次数	乘法次数	加法次数	乘法次数
X 点 PMF-FFT	$X-1$	X	$X \cdot (X-1)$	X^2
2X 点重叠保留 PMF-FFT	/		$10X(1 + \lg X)$	$4X(1 + \lg X)$

由表1可知, 使用 FFT 在频域内实现时域相关运算可以大大降低运算量, 并随搜索长度的增加, 并行搜索的优势越明显, 代价仅为一倍长度的匹配滤波器长度拓展, 通过少量的存储资源消耗换来计算量上的大大减少, 因此该改进方法具有较大应用价值。下节将通过 matlab 仿真, 确定在该改进方法中的最优参数组合选取。

3 捕获参数优化设计

3.1 仿真背景

本节主要对 P 码捕获的算法性能进行了仿真分析。仿真条件为: 10.23 MHz 的 P 码码率, 采样率为 20.46 MHz, 在载噪比为 35 dB · Hz, 多普勒频偏为 6 000 Hz 条件下, 满足虚警概率为 10^{-6} 时, 捕获概率 $\geq 90\%$ 的性能指标的最优参数设计, 包括部分匹配滤波器长度 $2X$ (其中前 X 点为本地伪码, 后 X 点为零填充), 分段数 (即滤波器个数) P , 非相干累加次数 q 等, 搜索满足约束条件、性能指标下, 使总运算时间最短的参数组合。

1) 约束条件

PMF-FFT 算法分析带宽为 $B_x = \frac{1}{XT_s}$, 为保证信号能量不会有太大损失, 通常取到带宽的 1/4 作为实际分析带宽范围^[8], 因此单个部分匹配滤波器中的相关积分时间 $X \cdot T_s \leq \frac{1}{4f_d}$, 考虑到伪码多

$$\begin{aligned} \text{普勒影响, 总积分时间应满足 } X \cdot P \cdot T_s \cdot q &\leq \frac{1}{f_{dc}} \\ &= \frac{1}{f_d \cdot \frac{R_c}{f_L}} = \frac{1}{f_d/154}. \end{aligned}$$

2) 性能指标

由捕获概率和虚警概率计算得到等效判决信噪比 D_0 :

$$\begin{aligned} D_0 &= \frac{1}{2} [Q^{-1}(P_f) - Q^{-1}(P_d)]^2 \\ &= [\text{erfc}^{-1}(2P_f) - \text{erfc}^{-1}(2P_d)]^2. \end{aligned} \quad (14)$$

将 $P_d = 90\%$, $P_f = 10^{-6}$ 代入式(14), 可得到等效判决信噪比 $D_0 = 12.60$ dB.

3.2 仿真结果

本文对 1~10 ms 的相干积分总时间 ($M \cdot f_s$), 0.001~0.04 ms 分段相干积分时间 ($X \cdot f_s$) 在 q 次非相干累加后, 达到等效判决信噪比的最小总运算时间进行了仿真, 为使其位置更加明显, 在图中以倒数形式展现, 峰值所在位置即为该条件下的最优参数选择, 结果如下:

计算机配置为 Intel(R) Pentium(R) CPU G2020 处理器, 主频 2.90 GHz, 4 GB 内存, 64 位 Win7 操作系统。为更好地说明不同参数组合设计会如何影响总运算时间, 特地选取了几组具有代表性的参数来进行说明。

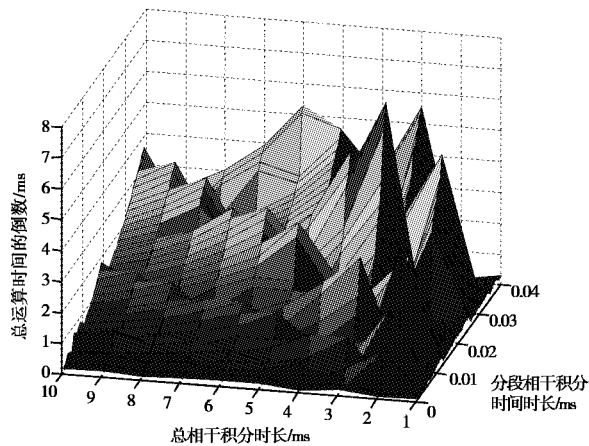
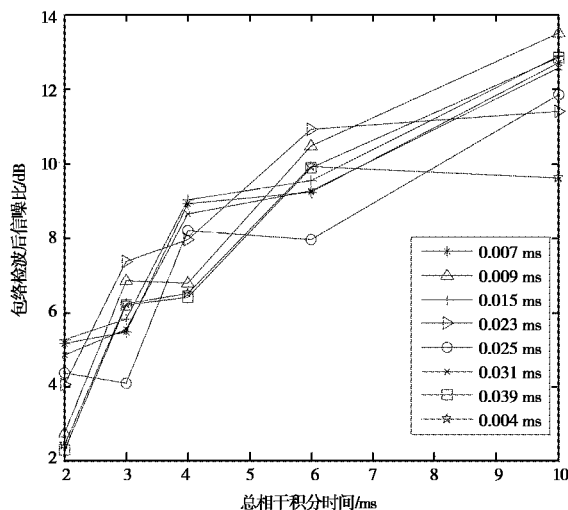
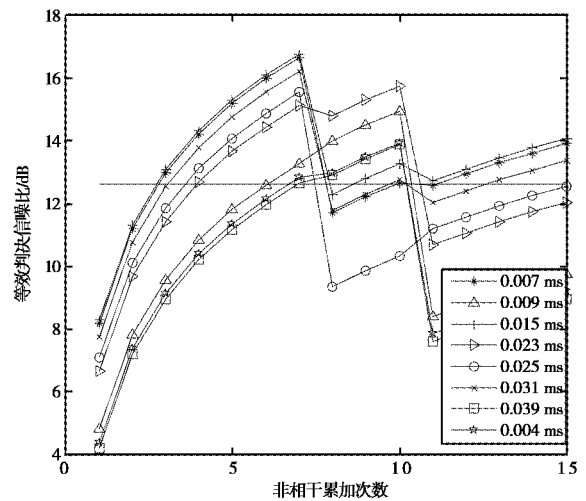


图 4 不同相干积分时长的总运算时间的倒数

表 2 为该改进算法在不同总相干积分时间下,选择不同分段相干积分时间的平均搜索时间(非相干累加次数 $q=1$)。



(a) 不同分段相关积分时长的检波后信噪比



(b) 总相干积分时长为 4 ms 条件下,不同分段相关积分时长需要的非相干累加次数

图 5 不同分段积分时间在不同总积分时间下的信噪比及非相干累加次数

然后进一步确认在此参数下达到等效判决信噪比的最小非相干累加次数 q 。如图 5(a)所示,不同的分段相关积分时长在不同的总相干积分时间下,经过包络检波后的信噪比也各不相同。因此导致其非相干累加的平方损耗和累加次数也不相同。图 5(b)中的横线为满足捕获性能指标的等效判决信噪比 D_0 ,在不同分段相干积分时间下,选取最接近 D_0 的非相干累加次数即可满足性能指标,同时使总运算时间最短。

表 2 不同积分时长下改进 PMF-FFT 算法的平均搜索时间

总相干积分时长/ms	分段相干积分时长/ms							
	0.007	0.008	0.015	0.023	0.025	0.031	0.039	0.04
2	0.063 4	0.033 5	0.028 6	0.011 2	0.009 2	0.015 4	0.009 5	0.009 1
3	0.167 1	0.097 9	0.075 4	0.028 4	0.022 1	0.038 1	0.023 6	0.022 9
4	0.314 3	0.189 7	0.162 3	0.058 0	0.048 8	0.088 8	0.067 5	0.042 0
6	0.728 5	0.481 1	0.353 9	0.145 1	0.112 3	0.158 6	0.100 3	0.096 2
10	2.076 6	1.257 3	0.921 3	0.393 9	0.334 1	0.456 3	0.287 1	0.282 8

不同的分段相干积分时间使得单次 PMF-FFT 算法的平均时间不同,而分段积分时间不同导致的信噪比和非相干累加次数的不同,将导致总

运算时长的差异。图 6 示出在不同的总相干积分时长下,不同分段相干积分时间达到等效判决信噪比的总运算时间。

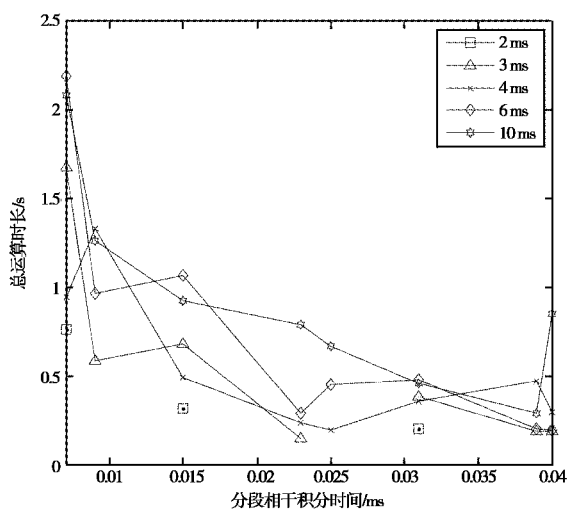


图 6 不同分段积分时间在不同总积分时间下的总运算时间

如图 6 所示,若选择总相干积分时长为 10 ms 时,应当选取分段相干积分时间为 0.039 ms,此时总运算时长为 0.287 1 s,非相干累加次数为 1,即

无需进行非相干累加,单次 PMF-FFT 算法的运算已能达到等效判决信噪比;若选择总相干积分时间为 4 ms,则应当选取分段相干积分时间为 0.25 ms,此时非相干累加次数为 4 次。

由以上结论可以得出,在 35 dBHz 载噪比,6000 Hz 的多普勒频率偏移条件下,最优参数组合选取如表 3 所示。

上述优化设计结果为总相干积分时长确定后,分段相干积分时长与相干累加次数的最优选择,是满足“达到等效判决信噪比条件下总运算时间最少”准则的结果。接收机根据自身硬件条件、资源使用情况,以及其他 P 码捕获算法(如 XFAST 算法)相结合后的参数设计需求,选择合适的总相干积分时间,在表 3 中可找到该时间下对应的最优参数设计组合。若不考虑其他算法的性能要求,选用 3 ms 作为总相干积分时长、0.023 ms 为分段相干积分时长、进行 5 次非相干累加,可使总运算时间最短。总体来说,对于不同的总相干积分时间,分段相干积分时长选在 0.02~0.04 ms 之间较佳。

表 3 不同总积分时长下最优参数选取组合

总相干 积分时长 ms	分段相干 积分时长 XT_s/ms	部分匹配 滤波器长度 X	部分匹配 滤波器数目 P	FFT 点数 N	非相干累 加次数 q	总运算 时间/s	等效判决 信噪比 /dB
2	0.031	634	64	128	13	0.200 2	12.74
3	0.023	470	130	256	5	0.14 2	12.73
4	0.025	511	160	256	4	0.195 2	13.11
6	0.04	818	150	256	2	0.192 4	12.68
1	0.039	797	256	512	1	0.287 1	13.88

4 结束语

本文基于 PMF-FFT 捕获算法模型,对该算法的原理和特性进行了详细的分析,并通过建立数学模型,精确地分析了捕获流程中,整个系统的损耗来源,包括多普勒频偏造成的相干积分损耗、最大频率偏差造成的 FFT 模块最大扇贝损失、包络检波损耗、非相干积分中的平方损耗等,并对该算法在 P 码捕获中的应用做出了改进。通过 Matlab 仿真,得到了载噪比为 35 dB·Hz,多普勒频偏为 6000 Hz 条件下,满足 P 码捕获性能指标并使得总运算时间最小的最优参数组合设计方案,为该算法的系统参数设计提供了理论依据,具有一定研究价值。

参考文献

- [1] 王锋,韩俊博,焦国太,等. GPS L1C 导航信号 PMF+FFT 捕获算法研究与实现[J]. 弹箭与制导学报, 2013, 33(4):61-62.
- [2] 黄云青,尚勇,白森. PMF-FFT 捕获算法部分匹配滤波器长度选取研究[J]. 航空兵器, 2015(5):46-51.
- [3] 党恒星,秦勇,李小兵. 频域分段相干累加法在 P 码直捕系统中的应用[J]. 科技信息(科学教研), 2007 (34):73-74.
- [4] 孙大元,王宪平. 基于 PMF-FFT 的高动态长伪码捕获实现[J]. 无线电工程, 2016, 46(8):65-69.
- [5] 曹硕. 卫星导航信号捕获算法的研究和实现[D]. 太原:中北大学, 2014.
- [6] 王建辉. 高灵敏度导航信号接收技术与信道编码设计研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2013.

- [7] 谢钢. GPS原理与接收机设计[M]. 北京:电子工业出版社;2009.
- [8] 唐小妹. 基于精确模型的高性能卫星导航弱信号接收机技术研究[D]. 长沙:国防科学技术大学;2010.

作者简介

袁葱林 (1994—),女,硕士研究生,主要从事卫星导航信号处理。

唐小妹 (1982—),女,副研究员,主要从事卫星导航系统、导航应用、导航信号体制等领域的教学科研及工程研制工作。

韩春阳 (1980—),男,工程师,主要从事卫星导航领域工程研制工作。

孙广富 (1970—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为卫星导航信号接收技术。

Parameter Design of an Improved PMF-FFT Algorithm in P-code Acquisition

YUAN Conglin¹, TANG Xiaomei¹, HAN Chunyang², SUN Guangfu¹

(1. College of Electronic Science, National University of Defense Technology, Changsha 410003, China; 2. Beijing Satellite Navigation Center, Beijing 100084, China)

Abstract: The acquisition model of partial matched filter combined with FFT is used in the acquisition of navigation signals in high dynamic environment. Because of its high tolerance to the Doppler frequency error, it can do parallel search in frequency domain, which reduces the acquisition time and enables the whole system to have a high detection probability. This paper analyses the principle of the PMF-FFT acquisition algorithm and the loss of each part in the acquisition process in detail by establishing the mathematic model, and then comes up with an improved acquisition method according to the aperiodic characteristics of the P-code. The overlap-and-save method is applied to achieve time domain parallel search in the frequency domain. Through this method, the acquisition time can be further reduced. Finally, according to the principle of the minimum total operation time when reaching the equivalent signal-to-noise ratio, some guidance to the optimum design of the parameters in the algorithm is given, which has a certain reference.

Keywords: Navigation signal acquisition; PMF-FFT; acquisition performance; parameter optimization